京都橘大学
KYOTO TACHIBANA UNIVERSITY

公募推薦 直前対策講座
【基礎テスト対策 数学】

２０２４年9月

講師：表野　哲（代々木ゼミナール）

京都橘大学　公募推薦直前対策講座　数学

〔 傾向 〕

１．$\boxed{\text{Ⅰ}}$小問５問　$\boxed{\text{Ⅱ}}$小問２問　$\boxed{\text{Ⅲ}}$大問

　　ＩＡとＩＡⅡBC の共通問題は$\boxed{\text{Ⅰ}}$〔１〕〔２〕〔３〕と$\boxed{\text{Ⅱ}}$〔１〕

２．全問マークシート形式。英＋数で 80 分（時間はやや少ない）

３．難易度は基本から標準レベル。たまに図形などで難問が出る。

４．頻出事項（ＩA）

　　因数分解

　　2 次関数・方程式

　　場合の数・順列・組合せ

　　三角比と図形

　　平均値と分散

　　図形（方べきの定理、角の 2 等分、チェバ・メネラウス、など）

５．ⅡBC では、指数対数、微分積分、数列、ベクトルがよく出ている。

６．数学 A は確率と図形を指定のため、整数は出ないと考えられる。

７．過年度生への配慮により、期待値は出ない。

〔 対策 〕

１．教科書・参考書を読み込む。

２．<u>高校で使用している</u>参考書・傍用問題集の基本問題をやりこむ。

　例えば、「チャート式基礎からの数学（青チャート）」（数研出版）や

　「NEW ACTION LEGEND（レジェンド）」（東京書籍）なら、基本例題星２つ（難易度数２）まで。

　「４STEP」（数研出版）や「クリアー」（数研出版）なら、例題とＡ問題。

３．必ず自分で解答する。きちんと図を描くこと。自分で計算すること。

４．マークシートに慣れておく（模試を受けるなど）

５．過去問はやっておく（雰囲気に慣れる）

６．計算ミスは必ずやり直す。ミスなく計算スピードをつけるための工夫を考える。

出題内容

2024年度

数学ⅠA

Ⅰ	［1］	因数分解
	［2］	2次関数
	［3］	三角比と図形（立体）
	［4］	整数
	［5］	確率
Ⅱ	［1］	データの分析
	［2］	1次方程式の文章題
Ⅲ		図形の性質、方べき、メネラウス

数学ⅠAⅡB

Ⅰ	［1］	因数分解
	［2］	2次関数
	［3］	三角比と図形（立体）
	［4］	ベクトル
	［5］	定積分
Ⅱ	［1］	データの分析
	［2］	群数列
Ⅲ		指数対数、2次関数

2023年度

数学ⅠA

Ⅰ	［1］	2次関数
	［2］	データの分析
	［3］	三角比と図形（内心）
	［4］	整数
	［5］	1次不等式と整数
Ⅱ	［1］	三角比と図形（立体）
	［2］	1次方程式の文章題
Ⅲ		順列組み合わせ

数学ⅠAⅡB

Ⅰ	［1］	2次関数
	［2］	データの分析
	［3］	三角比と図形（内心）
	［4］	ベクトル
	［5］	微分
Ⅱ	［1］	三角比と図形（立体）
	［2］	対数、2次関数
Ⅲ		数列

2022年度

数学ⅠA

Ⅰ	［1］	因数分解
	［2］	方程式の整数解
	［3］	三角比と図形（立体）
	［4］	データの分析
	［5］	確率
Ⅱ	［1］	2次方程式・不等式
	［2］	1次方程式の文章題
Ⅲ		図形の性質（三角柱）

数学ⅠAⅡB

Ⅰ	［1］	因数分解
	［2］	方程式の整数解
	［3］	三角比と図形（立体）
	［4］	数列
	［5］	指数、2次関数
Ⅱ	［1］	2次方程式・不等式
	［2］	放物線と面積
Ⅲ		ベクトル

2023年度学校推薦型選抜（基礎テスト）11月16日実施

数 学 Ⅰ Ａ 問 題

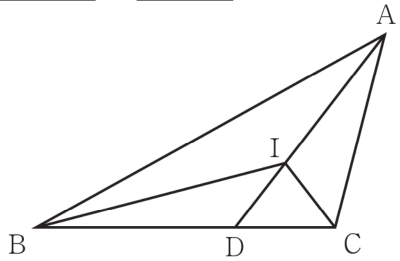
Ⅰ 次の空欄に当てはまる数値または符号をマークしなさい。

〔1〕 aは0でない実数の定数とする。関数$y = ax^2 + 2x + 3$の値がすべての実数xに対して0より大きいとき，$a > \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$である。また，$a = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$のとき，座標平面上において，この関数のグラフは$x$軸と点（$\boxed{ウエ}$，$\boxed{オ}$）で接する。

〔2〕 下の表は，ある地域の飲食店12店舗について，ある調査会社が1点から10点までの10段階で評価した結果である。このデータの平均値が5.5であったとき，
$x = \boxed{カ}$，$y = \boxed{キ}$であり，このデータの中央値は$\boxed{ク}$である。

評価	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
店舗数	1	1	1	0	x	y	1	2	1	0

〔3〕 下の図において，AB = 4，BC = 3，CA = 2であり，Iは△ABCの内心である。また，Dは直線AIとBCの交点である。このとき，△ABI：△ACI = $\boxed{ケ}$ ： $\boxed{コ}$である。また，△IBD：△ABC = $\boxed{サ}$ ： $\boxed{シ}$である。



〔4〕 27との最小公倍数が675であるような自然数は全部で$\boxed{ス}$個あり，そのなかで最小のものは$\boxed{セソ}$である。

〔5〕 aは実数の定数とする。不等式$2(2x + 1) < 3(x + 2a)$を満たすxが2桁の自然数を含まないとき$a \leqq \boxed{タ}$である。また，この不等式を満たすxのうち，最大の整数が3であるとき$\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}} < a \leqq \boxed{テ}$である。

$\boxed{1}$ 〔1〕 $a>0$で、x軸と交わらなければよい。

$$1-3a<0 \quad \Leftrightarrow \quad a>\frac{1}{3} \text{（アイ）}$$

$a=\dfrac{1}{3}$のとき、重解から$x=\dfrac{-1}{a}=-3$　より接点は$(-3,\ 0)$（ウエオ）

〔2〕 $1+2+3+5x+6y+7+16+9=5.5\times12 \quad \Leftrightarrow \quad 5x+6y=28$、$x+y=5$

$$\therefore \quad x=2\text{、}y=3 \text{（カキ）}$$

中央値は6番目と7番目の平均値で、6（ク）

〔3〕 △ABIと△ACIの面積比は、BD : CDで、AIは∠Aの2等分線だから

$$\mathrm{BD}:\mathrm{CD}=\mathrm{AB}:\mathrm{AC}=4:2=2:1 \text{（ケコ）}$$

△ABCの面積をSとおくと、△ABDの面積は$\dfrac{2}{3}S$である。

$\mathrm{BD}=3\times\dfrac{2}{3}=2$より、AI : ID＝BA : BD＝4 : 2＝2 : 1だから、△IBDの面積は$\dfrac{2}{3}S\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{9}S$

よって求める面積比は、2 : 9（サシ）

〔4〕 $27=3^3$、$675=3^3\times5^2$より、25、25×3、25×3^2、25×3^3の4個（ス）あり、最小のものは

25（セソ）

〔5〕 $x<6a-2$より、2桁の自然数を含まないのは$6a-2\leqq10 \quad \Leftrightarrow \quad a\leqq2$（タ）

最大の整数が3ならば、$3<6a-2\leqq4 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{5}{6}<a\leqq1$（チツテ）

Ⅱ 次の空欄に当てはまる数値または符号をマークしなさい。

〔1〕 1辺の長さが4の正四面体ABCDがある。辺ABの中点を点Eとし，EF=$\sqrt{3}$になるように辺BC上に点Fをとる。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) BF = $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) DE = $\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$，DF = $\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}$ である。

(3) $\sin\angle \mathrm{DEF} = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。また，△DEFの面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

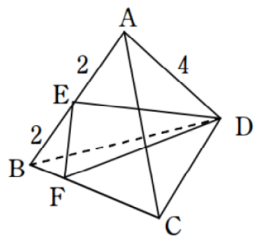
〔2〕 ある店で，定価が800円の品物Aと定価が500円の品物Bが売られている。ただし，消費税は考えないものとし，品物A，品物Bともに売り切れることはない。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 品物Aと品物Bをあわせて26個買うと，代金の合計は16600円となった。このとき，品物Aを $\boxed{\text{シス}}$ 個と品物Bを $\boxed{\text{セソ}}$ 個買ったことになる。

(2) 入会金500円を払った会員は，品物Aを6％引きで買うことができるキャンペーンがこの店で始まった。そこで品物Aのみを買うとき，入会しないで品物Aを買う場合より，入会金を含めた代金の合計が安くなるには，品物Aを $\boxed{\text{タチ}}$ 個以上買えばよい。

(3) 品物Bを40個から70個までの範囲内で一度に買うと，買った個数xに応じて，品物Bを1個あたり（$500-5x$）円で買うことができるキャンペーンがこの店で始まった。そこで品物Bのみを40個から70個までの範囲内で一度に買うとき，代金の合計金額が最も安くなるのは品物Bを $\boxed{\text{ツテ}}$ 個買う場合であり，代金の合計金額が最も高くなるのは品物Bを $\boxed{\text{トナ}}$ 個買う場合である。

$\boxed{\text{II}}$ [1] (1) BF＝1（ア）



(2) △AEDで余弦定理より

$$DE^2=4+16-2\cdot2\cdot4\cdot\cos60^\circ=12$$

$$\therefore\quad DE=2\sqrt{3}\text{（イウ）}$$

△BDFで余弦定理より

$$DF^2=16+1-2\cdot4\cdot1\cdot\cos60^\circ=13\qquad\therefore\quad DF=\sqrt{13}\text{（エオ）}$$

(3) △DEFにおいて、$13=3+12-2\cdot\sqrt{3}\cdot2\sqrt{3}\cdot\cos\angle DEF\iff\cos\angle DEF=\dfrac{1}{6}$だから

$$\sin\angle DEF=\sqrt{1-\frac{1}{36}}=\frac{\sqrt{35}}{6}\text{（カキク）}$$

面積は、$\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot2\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{35}}{6}=\dfrac{\sqrt{35}}{2}$（ケコサ）となる。

[2] (1) Aをx個、Bをy個買うとすると

$$x+y=26、800x+500y=16600$$

$$8x+5(26-x)=166\qquad\therefore\quad x=\frac{36}{3}=12\text{（シス）、}y=14\text{（セソ）}$$

(2) 6%引きで48円安くなるので、x個買って入会金を上回るには

$$48x>500\iff x>10.4\cdots\qquad\therefore\quad 11\text{個（タチ）}$$

(3) 代金は

$$(500-5x)x=-5(x^2-100x)=-5(x-50)^2+5\cdot50^2$$

$40\leqq x\leqq70$では$x=70$（ツテ）で最小、$x=50$（トナ）で最大である。

III 次の空欄に当てはまる数値または符号をマークしなさい。

高校生が４人，中学生が２人，小学生が２人いる。

〔１〕 この８人が横１列に並ぶとき，両端が中学生になる並び方は全部で $\boxed{アイウエ}$ 通りあり，高校生の４人，中学生の２人，小学生の２人がそれぞれ連続して並ぶ並び方は全部で $\boxed{オカキ}$ 通り，どの高校生どうしも隣り合わない並び方は全部で $\boxed{クケコサ}$ 通りある。また，中学生２人がいずれも左から偶数番目に並ぶ並び方は全部で $\boxed{シスセソ}$ 通りある。

〔２〕 この８人から４人を選ぶとき，４人の中に中学生と小学生が少なくとも１人ずつ入っている選び方は全部で $\boxed{タチ}$ 通りある。

〔３〕 この８人を４人ずつの２つのグループに分ける。ただし，それぞれのグループに高校生は少なくとも１人入るようにし，小学生２人はそれぞれ別のグループに入るように分けるとき，分け方は全部で $\boxed{ツテ}$ 通りある。

$\boxed{\text{III}}$ 〔1〕 $2!\times6!=1440$（アイウエ）

高校生、中学生、小学生の順序が$3!=6$通りで、それぞれの並び方から

$$6\times4!\times2!\times2!=576\ （オカキ）$$

中学生、小学生4人の並び方は$4!=24$通りで、その間と両端の5カ所に高校生を一人ずつ入れると考えて、

$$24\times5\cdot4\cdot3\cdot2=2880\ （クケコサ）$$

偶数番目は4カ所あるので、中学生の並び方は$4\times3=12$通りある。よって

$$12\times6!=8640\ （シスセソ）$$

〔2〕 中学生2人、小学生2人の場合が1通り

中学生2人、小学生1人、高校生1人の場合が、$2\times4=8$通りで、中学生1人、小学生2人、高校生1人の場合も8通りである。

中学生1人、小学生1人、高校生2人の場合は、$2\times2\times{}_4C_2=24$通りある。

以上から、$1+8+8+24=41$（タチ）

〔3〕 小学生をA、Bとして、2つのグループをA、Bとする。

高校生が2人ずつの場合、${}_4C_2\times2=12$通り。

高校生が1人と3人になる場合、A、Bのどちらが1人になるかで2通り、選び方が4通りあり、中学生は2人とも高校生1人のグループに入るから、$2\times4=8$通り

よって、$12+8=20$（ツテ）通りである。

2023年度学校推薦型選抜（基礎テスト）11月16日実施

数学ⅠAⅡB問題

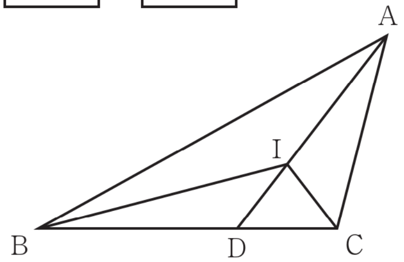
Ⅰ　次の空欄に当てはまる数値または符号をマークしなさい。

〔1〕　aは0でない実数の定数とする。関数$y = ax^2 + 2x + 3$の値がすべての実数xに対して0より大きいとき，$a > \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$である。また，$a = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$のとき，座標平面上において，この関数のグラフは$x$軸と点（$\boxed{ウエ}$，$\boxed{オ}$）で接する。

〔2〕　下の表は，ある地域の飲食店12店舗について，ある調査会社が1点から10点までの10段階で評価した結果である。このデータの平均値が5.5であったとき，
$x = \boxed{カ}$，$y = \boxed{キ}$であり，このデータの中央値は$\boxed{ク}$である。

評価	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
店舗数	1	1	1	0	x	y	1	2	1	0

〔3〕　下の図において，AB = 4，BC = 3，CA = 2であり，Iは△ABCの内心である。また，Dは直線AIとBCの交点である。このとき，△ABI：△ACI = $\boxed{ケ}$：$\boxed{コ}$である。
また，△IBD：△ABC = $\boxed{サ}$：$\boxed{シ}$である。



〔4〕　2つのベクトル$\vec{a} = (2, 5)$，$\vec{b} = (t, 4)$について考える。$\vec{a} \parallel \vec{b}$となるのは，
$t = \dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$のときである。また，$(\vec{a}+\vec{b}) \perp (\vec{a}-\vec{b})$となるのは，$t = \pm\sqrt{\boxed{ソタ}}$のときである。

〔5〕　関数$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$の$x = a$における微分係数を$f'(a)$とすると，
$f'(a) = \boxed{チ}a^2 - \boxed{ツ}a$である。また，$f'(a)$が関数$f(x)$の$x = 1$から$x = 3$までの平均変化率と一致するとき，$a = \dfrac{\boxed{テ} \pm \sqrt{\boxed{トナ}}}{\boxed{ニ}}$である。

$\boxed{\text{I}}$ 〔4〕 $\vec{a} /\!/ \vec{b} \iff 2\times4-5\times t=0 \qquad \therefore\ t=\dfrac{8}{5}$ （スセ）

$$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b}) \iff (\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0 \iff |\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2=0$$

$$\therefore\ 4+25=t^2+16 \iff t=\pm\sqrt{13}$$ （ソタ）

〔5〕 $f'(a)=3a^2-4a$ （チツ）

$x=1$から$x=3$までの平均変化率は$\dfrac{f(3)-f(1)}{3-1}=\dfrac{12-2}{2}=5$だから

$$3a^2-4a-5=0 \iff a=\frac{2\pm\sqrt{4+15}}{3}=\frac{2\pm\sqrt{19}}{3}$$ （テトナニ）

Ⅱ 次の空欄に当てはまる数値または符号をマークしなさい。

〔1〕 1辺の長さが4の正四面体ABCDがある。辺ABの中点を点Eとし，$EF=\sqrt{3}$ になるように辺BC上に点Fをとる。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $BF=$ $\boxed{ア}$ である。

(2) $DE=$ $\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}$，$DF=\sqrt{\boxed{エオ}}$ である。

(3) $\sin\angle DEF=\dfrac{\sqrt{\boxed{カキ}}}{\boxed{ク}}$ である。また，△DEFの面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ケコ}}}{\boxed{サ}}$ である。

〔2〕 $f(x)=\left(\log_3\dfrac{3}{x}\right)\left(\log_3\dfrac{x}{27}\right)$ とするとき，次の問いに答えなさい。

(1) $f(81)=$ $\boxed{シス}$ である。

(2) $f(x)=-8$ のとき，$x=\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$，$\boxed{タチツ}$ である。

(3) $1\leqq x\leqq 27$ のとき，$\log_3 x$ がとりうる値の範囲は $\boxed{テ}\leqq\log_3 x\leqq\boxed{ト}$ である。
したがって，$f(x)$ は $x=$ $\boxed{ナ}$ のとき最大値 $\boxed{ニ}$ をとり，$x=$ $\boxed{ヌ}$ のとき最小値 $\boxed{ネノ}$ をとる。

$\boxed{\text{II}}$ 〔2〕(1) $f(x)=(1-\log_3 x)(\log_3 x-3)$で、$\log_3 81=4$より

$$f(81)=(1-4)(4-3)=-3 \text{（シス）}$$

(2) $f(x)=-(\log_3 x)^2+4\log_3 x-3=-8 \iff (\log_3 x)^2-4\log_3 x-5=0$

$$\iff (\log_3 x-5)(\log_3 x+1)=0 \qquad \therefore \ \log_3 x=-1,\ 5 \iff x=\frac{1}{3},\ 243 \text{（セ～ツ）}$$

(3) $\log_3 1=0$、$\log_3 27=3$より、$0 \leqq \log_3 x \leqq 3$（テト）

$f(x)=-(\log_3 x-2)^2+1$だから、$\log_3 x=2 \iff x=9$（ナ）のとき最大値1（ニ）をとり、$\log_3 x=0 \iff x=1$（ヌ）のとき最小値-3（ネノ）をとる。

III　次の空欄に当てはまる数値または符号をマークしなさい。

等差数列$\{a_n\}$と等比数列$\{b_n\}$を考える。

・数列$\{a_n\}$の第10項は28，初項から第４項までの和は22である。

・数列$\{b_n\}$の初項から第３項までの和は７，初項から第６項までの和は63である。

〔１〕　数列$\{a_n\}$の初項は $\boxed{ア}$ ，公差は $\boxed{イ}$ である。

〔２〕　数列$\{b_n\}$の初項は $\boxed{ウ}$ ，公比は $\boxed{エ}$ である。

〔３〕　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k \cdot a_{k+1}}=\frac{n}{\boxed{オ}\,n+\boxed{カ}}$ である。

〔４〕　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k \cdot b_k=(\boxed{キ}\,n-\boxed{ク})\,2^n+\boxed{ケ}$ である。

〔５〕　数列$\{c_n\}$が，$c_1=3$，$c_{n+1}=c_n+b_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ によって定められるとき，数列$\{c_n\}$の一般項は

$$c_n=\boxed{コ}^{\boxed{サ}}+\boxed{シ}$$

と表される。ただし $\boxed{サ}$ については，当てはまるものを次の①～⑤のうちから１つ選びなさい。

① $n-2$　　② $n-1$　　③ n　　④ $n+1$　　⑤ $n+2$

Ⅲ 〔1〕 初項a、公差dとすると

$$a+9d=28、\frac{a+a+3d}{2}\times 4=22 \iff a+9d=28、2a+3d=11$$

$$\therefore\ a=1\text{（ア）}、d=3\text{（イ）}$$

〔2〕 初項b、公比をrとすると、

$$b(1+r+r^2)=7、b(1+r+r^2+r^3+r^4+r^5)=63$$

$$b(1+r+r^2)+r^3\cdot b(1+r+r^2)=63 \qquad \therefore\ 1+r^3=9 \iff r=2\text{（エ）}、b=1\text{（ウ）}$$

〔3〕 $a_n=1+3(n-1)=3n-2$より

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(3k-2)(3k+1)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3k-2}-\frac{1}{3k+1}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{7}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1}\right)\right\}=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3n+1}\right)=\frac{n}{3n+1}\text{（オカ）}$$

〔4〕 $S=\sum_{k=1}^{n}a_kb_k=\sum_{k=1}^{n}(3k-2)\cdot 2^{k-1}$とおくと、

$$S=1+4\cdot 2+7\cdot 2^2+10\cdot 2^3+\cdots+(3n-2)\cdot 2^{n-1}$$

$$2S=2+4\cdot 2^2+7\cdot 2^3+\cdots+(3n-5)\cdot 2^{n-1}+(3n-2)\cdot 2^n$$

これより

$$S-2S=1+3\cdot 2+3\cdot 2^2+\cdots+3\cdot 2^{n-1}-(3n-2)\cdot 2^n$$

$$\iff -S=1+3\cdot\frac{2(1-2^{n-1})}{1-2}-(3n-2)\cdot 2^n=-(3n-5)2^n-5$$

$$\therefore\ S=(3n-5)2^n+5\text{（キクケ）}$$

〔5〕 数列$\{c_n\}$の階差数列が数列$\{b_n\}$だから、$n\geqq 2$のとき

$$c_n=c_1+\sum_{k=1}^{n-1}2^{k-1}=3+\frac{1-2^{n-1}}{1-2}=2^{n-1}+2$$

これは$c_1=3$も表す。

$$\therefore\ c_n=2^{n-1}+2\text{（コサシ）}$$