京都橘大学
KYOTO TACHIBANA UNIVERSITY

公募推薦早期対策講座　数学

２０２２年７月

講師：竹内 充（代々木ゼミナール）

１．傾向分析

（１）平易で基本的な事項に関する問題が多い

　難問が出題されることは少ない．定型的な問題のセットであることが多い．基本的な定理・公式を自由自在に使いこなすことができるよう訓練しておくことが大切である．

（２）出題範囲のほぼすべてからオールラウンドに出題されている

　出題範囲のほぼすべてから万遍なく出題されている．苦手分野をなくし，どの単元について問われても解答できるようにしておこう．

（３）全問マークセンス方式による採点が採用されている

　全問マークセンスによる採点が採用されているため，記述対策は不要であろう．しかしこの方式の試験ではケアレスミス（詳細は「対策」の項を参照）に注意しなくてはならない．

２．対策

（１）基礎学力を充実させよう

教科書傍用問題集や受験参考書の平易な例題を繰り返し演習し，失念している公式・定理がないかどうか確認してみよう．特に三角比や平面幾何の図形問題はある程度の量の問題演習を積まないと解答能力が伸長しないので，様々な種別の図形問題の筆答練習をしておくべきである．

（２）苦手分野をなくそう

多様な分野からの出題が目立つ．よって，苦手分野があると得点率を落とすことになってしまう．どの単元も基本的な公式・定理は一通り全て理解しておくことが肝要である．

（３）時間内に手早く解答することが要求される

短い制限時間内に高得点を確保するには，手際良く解答する能力が必要となる．平素はじっくり時間をかけて解く訓練をすればよいのだが，直前期に過去問を演習するときは試験当日の解答の時間配分を十分考慮して演習してみよう．特に場合の数・確率の問題では，場合や事象の列挙に時間を要する場合もあるから要注意だ．

（４）計算ミスには細心の注意を払おう

本学は全問マークセンス方式を採用しているので，計算の途中段階に対しては一切部分点が与えられないであろうから注意が必要である．すなわち，この採点方式では計算ミスを犯した場合部分点さえ与えられない可能性がある．求まった答えが正しいか否かチェックをすることも怠らないようにしよう．

（５）易問で確実に得点を稼ごう

基本問題を解く素養があれば完答できる枝問も多数出題されている．そのような問題で確実に得点を稼いでおきたい．特に大問１の小問集合をできるだけ落とさないようにしたい．

３．問題研究

【１】

〔１〕　多項式 $(2x-y)(x-2y-2)+10xy-y-6$ を展開し，x について降べきの順に整理すると $2x^2+\boxed{\text{ア}}\,xy-\boxed{\text{イ}}\,x+2y^2+y-\boxed{\text{ウ}}$ となり，これを因数分解すると $(x+\boxed{\text{エ}}\,y-\boxed{\text{オ}})(2x+y+\boxed{\text{カ}})$ となる．

〔２〕　$(x-1)(y+2)=4$ を満たす整数 x，y の組は，全部で $\boxed{\text{キ}}$ 個ある．これらの組の中で整数 x が最大となるのは，$x=\boxed{\text{ク}}$，$y=\boxed{\text{ケコ}}$ の組である．

2022 年度学校推薦型選抜（11 月 17 日実施）大問 1（一部省略）

《解答例》

〔１〕　$(2x-y)(x-2y-2)+10xy-y-6$ を展開すると，

$$\begin{aligned}(2x-y)(x-2y-2)+10xy-y-6 &= 2x^2+2y^2-5xy-4x+2y+10xy-y-6\\ &= 2x^2+\mathbf{5}xy-\mathbf{4}x+2y^2+y-\mathbf{6}\end{aligned}$$

となり，これを因数分解すると，

$$\begin{aligned}2x^2+5xy-4x+2y^2+y-6 &= 2x^2+(5y-4)x+(2y-3)(y+2)\\ &= (x+\mathbf{2}y-\mathbf{3})(2x+y+\mathbf{2})\end{aligned}$$

となる．

〔２〕　$(x-1)(y+2)=4$ を満たす整数 x，y の組は，

$$(x-1,\ y+2)=(1,\ 4),\ (2,\ 2),\ (4,\ 1),\ (-1,\ -4),\ (-2,\ -2),\ (-4,\ -1)$$

$$\therefore (x,\ y)=(2,\ 2),\ (3,\ 0),\ (5,\ -1),\ (0,\ -6),\ (-1,\ -4),\ (-3,\ -3)$$

の **6** 組だけある．これらの組の中で整数 x が最大となるのは，$x=\mathbf{5}$，$y=\mathbf{-1}$ の組である．

【2】　k を実数の定数とするとき，次の問いに答えなさい．

(1)　x の 2 次方程式 $x^2-2(k-1)x-k+7=0$ が異なる 2 つの実数解をもつ．

これらの解がともに 1 より大きいとき k の値の範囲は，$\boxed{\text{ア}} < k < \dfrac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である．

また，$k=\dfrac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ のとき，この方程式の解は $x=\boxed{\text{オ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である．

(2)　x が実数であるとき，2 次不等式 $(k-2)x^2-(k+1)x+k-2 \leqq 0$ が常に成立するような k の値の範囲は $k \leqq \boxed{\text{ケ}}$ である．

2022 年度学校推薦選抜（11 月 17 日実施）大問 2（一部省略）

《考え方》

2 次方程式の解の配置

2 次方程式 $f(x)=0$ の解の配置をする際は，

① 放物線 $y=f(x)$ の軸の位置に関する条件

② 2 次方程式 $f(x)=0$ の判別式 D に関する条件

③ $f(x)$ の符号に関する条件

に着目するとよい．

《解答例》

(1)

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2-2(k-1)x-k+7 \\ &= \{x-(k-1)\}^2-(k-1)^2-k+7 \end{aligned}$$

とし，$f(x)=0$ の判別式を D_1 とする．

$$\begin{aligned} D_1 &= (k-1)^2-(-k+7) \\ &= k^2-k-6 \\ &= (k+2)(k-3) \end{aligned}$$

である．

$f(x)=0$ が異なる 2 つの実数解をもち，これらの解がともに 1 より大きいので，$y=f(x)$ のグラフは次図のようになる（黒板またはホワイトボードを参照）．

よって求める k の条件は，

$$\begin{cases} k-1>1 \ \cdots ① \\ D_1>0 \ \cdots ② \\ f(1)>0 \ \cdots ③ \end{cases}$$

であり，

　① より $k > 2\ \cdots$ ①$'$，

　② より $(k+2)(k-3) > 0\ \therefore k < -2$ または $3 < k\ \cdots$ ②$'$，

　③ より $10 - 3k > 0\ \therefore k < \dfrac{10}{3}\ \cdots$ ③$'$

が得られ，よって求める k の値の範囲は ①$'$ かつ ②$'$ かつ ③$'$，すなわち $\mathbf{3} < k < \dfrac{\mathbf{10}}{\mathbf{3}}$ である．

　また $k = \dfrac{10}{3}$ のとき，$f(x) = 0$ の解は，

$$x^2 - 2\left(\frac{10}{3} - 1\right)x - \frac{10}{3} + 7 = 0$$

$$3x^2 - 14x + 11 = 0$$

$$(x-1)(3x-11) = 0 \qquad \therefore x = \mathbf{1},\ \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{3}}$$

となる．

(2)　 2 次方程式 $(k-2)x^2 - (k+1)x + k - 2 = 0$ の判別式を D_2 とする．

$$\begin{aligned} D_2 &= (k+1)^2 - 4(k-2)^2 \\ &= \{k+1+2(k-2)\}\{k+1-2(k-2)\} \\ &= -3(k-1)(k-5) \end{aligned}$$

である．

　放物線 $y = (k-2)x^2 - (k+1)x + k - 2$ が次図（黒板またはホワイトボードを参照）のようになる，すなわち「放物線が上に凸，かつ x と 2 点で交わらない」ための条件から，求める k の条件は，

$$\begin{cases} k - 2 < 0\ \cdots ④ \\ D_2 \leqq 0\ \cdots ⑤ \end{cases}$$

であり，

　④ より $k < 2\ \cdots$ ④$'$，

　⑤ より $-3(k-1)(k-5) \leqq 0\ \therefore k \leqq 1$ または $5 \leqq k\ \cdots$ ⑤$'$

が得られ，よって求める k の値の範囲は ④$'$ かつ ⑤$'$，すなわち $k \leqq \mathbf{1}$ である．